

مقدمه ناشر

قطعاً بیشترین علامت‌هایی که در درس‌های ریاضی (به‌خصوص حسابان) دیده می‌شه ایناست: $=$ ، $\neq$ ، $>$ و $<$. یه جورایی می‌شه گفت ریاضی بیشتر دنبال اینه که بگه چی با چی مساویه، چی با چی مساوی نیست. تساوی‌های مطلق ریاضی، دقیق و براساس منطق جبریه و مو لای درزش نمی‌ره. به نظرم یکی از چیزایی که ریاضی رو جذاب کرده، همینیه که برابریش واقعاً برابریه!

اما تساوی بازی‌ها، تساوی حقوق آدم‌ها، تساوی همگان در برابر قانون و ...!

برابری‌هایی که خیلی وقتاً برابر نیستند! مثلاً می‌بینید که دو تیم با هم مساوی می‌کنن، ولی یکیشون حذف می‌شه. اون یکی می‌ره مرحله بعد. می‌گن بازی با تساوی به پایان رسید، ولی به دلیل گل زده بیشتر در خانه حریف، فلان تیم می‌ره مرحله بعد! خب پس در واقع منظورمون اینه که این بازی مساوی، مساوی نشده! دآوری و نادآوری و سلیقه شخصی و ... رو هم اضافه کنید به این داستان. از این مثال تو بازی‌ها و مسابقات فراوونه. اوضاع توی تساوی آدم‌ها و حق و حقوقشون خیلی پیچیده‌تر و عجیب‌تره؛ به قول جورج اورول در کتاب قلعه حیوانات (که کتابی بس جذاب است):

all animals are equal but some animals are more equal than others!

بی‌خیال تا گیج‌تر نشدم بریم سر همون ریاضی خودمون که لااقل راست و حسینی مساویش مساویه، نامساویش هم نامساوی! ممنونم از اساتید بزرگواری که با نوشتن این کتاب فرصتی برای موفقیت بیشتر علاقه‌مندان به ریاضی را فراهم کردند و همین‌طور ممنونم از کیوان صارمی که در تألیف این کتاب نقش مؤثری داشت.

ممنونم از خانم ندا انصاری و یگانه فلاحتی به خاطر زحماتی که برای این کتاب کشیدند.

ممنونم از ویراستاران خوبمون که می‌دونم تمام تلاششون رو کردن تا کتاب بی‌غلط بشه.

ممنونم از تیم منسجم و منظم تولیدمون که در خاورمیانه همتا ندارن!

ما دوستتون داریم < آن‌چه شما فکر می‌کنید

مقدمه مؤلفان

ممنونیم. از تایپ تارسم شکل‌ها، صفحه‌آرایی و صفحه‌بندی، دوستان تولید زحمت کشیدن تا خطبه‌خط این کتاب، زیبا و درخور شما باشد، از همگی متشکریم. بعد از اون در واحدهای اداری و بازرگانی و انبار و قسمت‌های دیگه لطفشون شامل این کتاب شده. از همه دوستان خیلی سبز یک بار دیگه صمیمانه تشکر می‌کنیم. از خانواده‌هامون ممنونیم که در کوهی از کاغذ و شلوغی مسیر تألیف کتاب رو صبورانه تحمل کردن... از دانش آموزانمون در مدارس برتر تهران که قسمت‌هایی از این کتاب رو مورد بررسی قرار دادن و پیشنهادات خوبی به ما داشتن، ممنونیم. دوستانی که در مسیر ویراستاری کتاب ما رو یاری کردن بسیار دقت خوبی داشتن و خیلی جاها موفق شدن جلوی خطای ما رو بگیرن، البته ما منتظر نظرات اصلاحی شما هستیم. معلمان، مشاوران و فعالان ریاضی در کشور هم به ما لطف بسیاری داشتن، نظرات ارزشمند خودشون رو در مقاطع و کارشناسی‌های مختلفی نصیب این کتاب کردند. به طور خاص از زحمات سرکار خانم انصاری در پیگیری همه این امور متشکریم.

توضیحاتی در مورد آیکن‌های استفاده شده در کتاب:

۱ در تست‌های هر درس، کنار تست‌های عادی یک آیکن (●●) گذاشته‌ایم. قرار است شما بعد از حل تست‌ها و بررسی پاسخ‌نامه این آیکن‌ها را به (●●) یا (●●) تبدیل کنید:

(●●) یعنی تست آسان. (●●) یعنی تست متوسط. (●●) یعنی تست دشوار.

این نمادگذاری باعث می‌شود تا بعداً که خواستید فصل را دوره کنید، بتوانید تصمیم بگیرید که از کدام تست‌ها برای این کار استفاده کنید و روی سؤال‌ها با نماد مورد نظر تمرکز کنید تا خوب یادشان بگیرید. (البته برای این‌ها از هر نماد دیگری هم که خودتان می‌خواهید می‌توانید استفاده کنید، چون هدف اصلی این است که بتوانید بعداً به این سؤال‌ها برگردید.)

۲ نماد کنار بعضی از تست‌ها به رنگ قرمز (●●) آمده است. این‌ها تست‌های نشان‌دار

برای دوره سریع فصل هستند و دوتا کاربرد دارند: **الف** دوره و جمع‌بندی فصل **ب** اگر قبل از یک آزمون وقت خیلی کمی دارید، می‌توانید فقط این تست‌ها را حل کنید. ما معتقدیم که جمع‌بندی واقعی با این روش انجام می‌شود نه با جدول و نمودار و ...!

۳ در درس‌نامه و پاسخ تست‌ها، آیکن‌های زیر را می‌بینید:

نماد آیکن	توضیح
	یه مفهوم مطلب، رابطه، فرمول یا ... است که باید بدانید تا بتوانید سؤال را سریع‌تر و بهتر حل کنید.
	مثل یک تلنگر است که به شکل درست و مفهومی به سؤال نگاه کنید. گاهی وقت‌ها هم در اشاره : سؤالی پرسیده‌ایم که باعث می‌شود بیشتر با مفاهیم سؤال درگیر شوید.
	همان‌طور که از اسمش پیداست یک یادآوری سریع در مورد مفهوم، فرمول، رابطه یا ... آن مبحث درسی است.
	اگر سؤالی دو راه حل داشته، سعی کردیم هر دو راه (حتی بیشتر!) را بیاوریم. بعضی وقت‌ها هم یکی از راه‌های حل‌مان، عددگذاری بوده است. البته حواسمان بوده که در استفاده از این روش، افراط نکنیم.
	روش سریع و خلاصه حل یک سؤال است.

سلام به کتاب حسابان و ریاضیات پایه خیلی سبز خوش آمدید. در این کتاب مباحث مربوط از ریاضی یک، حسابان یک و حسابان دو رو خواهید دید. این کتاب از سری کتب جامع خیلی سبز هست و در اون ابتدا درس‌نامه، بعد تست‌ها و بعد پاسخ‌های تشریحی رو خواهید دید. در درس‌نامه سعی کردیم با رعایت خلاصه‌بودن همه مطالب مورد نیاز رو با ذکر مثال‌های کافی بیاریم؛ درس‌نامه به‌روزرسانی شده و در اون مثال‌های جدیدتری وجود دارد. در صورت تست‌ها تجربه مؤلفان کتاب - از تدریس در مدارس برتر تهران - مجموعه غنی و بسیار پرتنوعی از سؤالات رو کنار هم آورده؛ به خوبی سؤالات کنار هم چیده شدن تا از آسون به سخت، قدم‌به‌قدم، مطلب رو یاد بگیرید. پاسخ‌های تشریحی به عنوان نقطه قوت اصلی این کتاب علاوه بر نگارش گام‌به‌گام دارای روش‌های متنوع و تیزبازی‌هایی هستند که به شما در کنکور فرصت بیشتری برای هندسه و گسسته میدن... درست شنیدید! هر چه قدر که در حسابان راه‌های قشنگ و تیزبازی و راه دررو بلد باشید، در گسسته و هندسه فرصت خواهید داشت که حل کنید و درصد ریاضی‌تون را بالا ببرید. حسابان مهم‌ترین درس شما در دوره دبیرستانه که بعداً تو درس‌های بعدی دانشگاهتون هم کاربرد داره. در ترم اول و دوم دانشگاه درس‌های ریاضی یک و ریاضی دو رو می‌خونید که در ادامه حسابان هستن. توی بقیه درس‌های تخصصی مهندسی هم توانایی مشتق گرفتن و مسیر برعکس اون یعنی انتگرال گرفتن خیلی جدی به کارتون خواهد اومد... مهمه که حسابان رو از همین الان خوب و دقیق یاد بگیرید. به علاوه مدل تست‌های کنکور حسابان جوریه که با تسلط به این کتاب تست، می‌تونید خیلی راحت سؤالات کنکور رو حل کنید. اما متأسفانه شاید در درس‌های هندسه و تا حدی گسسته این‌طور نباشه (●●) یعنی هسته اصلی درصد شما رو در کنکور، حسابان و ریاضیات پایه مربوط به اون تشکیل می‌دهند. با بررسی کنکور در چند سال اخیر خیلی واضحه که تیم طرح سؤالات درس ریاضی در گروه ریاضی و تجربی یکسان هستند و بارها سؤالی که در رشته ریاضی آمده چند سال بعد برای تجربی مطرح شده یا سؤالی که به تجربی‌ها دادن چند سال بعد در رشته ریاضی مطرح شده. از این رو، ما همه تست‌های کنکور تجربی و انسانی رو هم بررسی کردیم و سؤال‌های خوب اون‌ها رو براتون گذاشتیم تا بیشتر از قبل با ذهنیت تیم طراحی کنکور آشنا بشید. بخواهیم یا نخواهیم، شما و خانواده و معلم و مشاور و همه اون‌هایی که در سال کنکور نظرشون مهمه، وضعیت دانش آموز رو با نتیجه در کنکورهای آزمایشی بررسی می‌کنند. پس مهمه که کتاب تست شما برای کنکورهای آزمایشی هم پاسخ‌گو باشه. ما با بررسی خط فکری و سؤالات چند دوره اخیر در کنکورهای آزمایشی مهم و پرطرفدار، یعنی آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز و البته سایر آزمون‌ها (●●)، سؤالاتی رو انتخاب کردیم که در طول سال برای موفقیت در آزمون‌های آزمایشی هم بهتون کمک کنه. با این کتاب خیالتون از کنکورهای آزمایشی طول سال هم راحت خواهد بود.

حتمأً می‌دونید که خیلی سبز به عنوان بزرگ‌ترین ناشر کتب کمک‌آموزشی کنکور، سال‌هاست که خدمات خودش رو به آزمون آزمایشی و کلاس آنلاین هم گسترش داده. در آزمون آزمایشی، مثل کتاب‌های خیلی سبز، تلاش زیادی میشه تا یک درس‌نامه به اسم درس باکس در هر سؤال به شما مسیر رو نشون بده؛ بعد از اون راه حل با توضیحات کافی، راه‌های دوم و تیزبازی در اختیارتون قرار می‌گیره. هر آزمون قبل از خودش یک مرورنامه هم داره. آزمون خدمات بسیار گسترده‌ای داره؛ مثل تحلیل ویدیویی، سؤالات پیش آزمون و پس آزمون که همگی در مسیر کنکور به کمک شما میان. حتمأً پیشنهاد می‌کنیم آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز رو ببینید. در کلاس‌های آنلاین هم خیلی سبز با بهره گرفتن از معلمان مطرح، پرتجربه و زبده کنکور، بسته بسیار خوبی از خدمات رو به نام خیلی سبز ۳۶۰ کنار هم آورده تا در مسیر کنکور یاری مطمئن داشته باشین. تیم بزرگی از خیلی سبز زحمت کشیدند تا این کتاب آماده بشه... در درجه اول از دکتر نصری متشکریم که یک بار دیگه به ما اعتماد کردن؛ از زحمات آقای مهندس رضا سبز میدانی و آقای مهندس بقایی در سرپرستی کار بسیار

@soroushmuenei

@Shahraabiali

@mathmohsenimanesh

فهرست

درس‌نامه تست

فصل سوم: حد، پیوستگی و مجانب

فصل ۵ حسابان یازدهم - فصل ۳ حسابان دوازدهم

درس ۱: همسایگی	۲۲۳	۲۶۸
درس ۲: فرایندهای حدی و قوانین محاسبه حد	۲۲۴	۲۶۸
درس ۳: رفع ابهام صفرصفرم	۲۳۴	۲۷۵
درس ۴: حد بی‌نهایت	۲۴۳	۲۸۸
درس ۵: حد در بی‌نهایت	۲۴۹	۲۹۲
درس ۶: مجانب	۲۵۵	۲۹۹
درس ۷: پیوستگی	۲۶۱	۳۰۵

فصل چهارم: مشتق

فصل ۴ حسابان دوازدهم

درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق	۳۱۴	۳۵۱
درس ۲: قواعد مشتق‌گیری	۳۱۸	۳۵۳
درس ۳: مشتق‌گیری با چشم‌های باز (عامل صفرشونده - ساده‌کردن)	۳۲۵	۳۵۶
درس ۴: معادله خط مماس بر منحنی	۳۲۹	۳۵۹
درس ۵: مشتق چپ و راست - مشتق‌گیری در حضور براکت و قدرمطلق	۳۳۳	۳۶۲
درس ۶: پیوستگی و مشتق‌پذیری (در نقطه و بازه)	۳۳۶	۳۶۴
درس ۷: نقاط مشتق‌پذیر - نقاط گوشه‌ای - مماس قائم	۳۳۷	۳۶۴
درس ۸: دامنه و نمودار تابع مشتق	۳۴۲	۳۶۸
درس ۹: مشتق تابع مرکب	۳۴۵	۳۶۹
درس ۱۰: آهنگ تغییر (متوسط و لحظه‌ای)	۳۴۸	۳۷۴

درس‌نامه تست

فصل اول: تابع

فصل ۵ ریاضی دهم - فصل ۳ ریاضی یازدهم - فصل ۱ ریاضی دوازدهم

درس ۱: رابطه و بازنمایی‌های یک رابطه	۸	۷۵
درس ۲: مفهوم دامنه و برد - تعیین دامنه - تساوی دو تابع	۱۴	۷۹
درس ۳: معرفی چند تابع خاص	۱۸	۸۳
درس ۴: تبدیل نمودارها	۲۴	۸۷
درس ۵: توابع چندجمله‌ای	۳۲	۹۵
درس ۶: اعمال جبری روی توابع	۳۵	۹۸
درس ۷: ترکیب توابع	۳۹	۱۰۱
درس ۸: توابع یکنوا	۴۶	۱۰۷
درس ۹: تابع یک‌به‌یک	۵۲	۱۱۳
درس ۱۰: تابع وارون	۵۶	۱۱۴
درس ۱۱: بُرد	۶۵	۱۲۵
درس ۱۲: تقسیم	۶۸	۱۲۷

فصل دوم: مثلثات

فصل ۲ ریاضی دهم - فصل ۴ حسابان یازدهم - فصل ۲ حسابان دوازدهم

درس ۱: رادیان	۱۳۳	۱۷۸
درس ۲: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه	۱۳۵	۱۸۰
درس ۳: دایره مثلثاتی	۱۳۹	۱۸۵
درس ۴: اتحادهای مثلثاتی مقدماتی	۱۴۴	۱۸۸
درس ۵: زوایای متمم، مکمل، قرینه و هم‌پایان	۱۴۶	۱۹۱
درس ۶: اتحادهای مثلثاتی $\alpha \pm \beta$ و 2α و ...	۱۴۸	۱۹۴
درس ۷: توابع متناوب	۱۵۸	۲۰۴
درس ۸: نمودار توابع سینوسی و کسینوسی	۱۶۲	۲۰۶
درس ۹: تانژانت	۱۶۵	۲۱۲
درس ۱۰: معادله مثلثاتی	۱۶۹	۲۱۵

فصل نهم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

فصل ۳ ریاضی دهم

درس ۱: توان و ریشه	۵۳۳	۵۴۲
درس ۲: رادیکال‌ها و توان‌های گویا	۵۳۶	۵۴۳
درس ۳: اتحادها	۵۳۷	۵۴۴
درس ۴: گویاکردن مخرج کسرها	۵۴۱	۵۴۷

فصل دهم: الگو و دنباله

فصل ۱ ریاضی دهم - فصل ۱ حسابان یازدهم

درس ۱: الگوهای هندسی	۵۵۱	۵۶۵
درس ۲: دنباله حسابی	۵۵۴	۵۶۸
درس ۳: دنباله هندسی	۵۶۰	۵۷۱

فصل یازدهم: توابع نمایی و لگاریتمی

فصل ۳ حسابان یازدهم

درس ۱: تابع نمایی	۵۷۶	۵۸۶
درس ۲: تابع لگاریتمی	۵۷۹	۵۸۹

فصل دوازدهم: هندسه تحلیلی

فصل ۱ حسابان یازدهم

درس ۱: معادله خط	۵۹۹	۶۱۰
درس ۲: فاصله دو نقطه - نقطه وسط پاره‌خط	۶۰۳	۶۱۱
درس ۳: فاصله نقطه از خط	۶۰۶	۶۱۴

پاسخ‌نامه کلیدی

فصل پنجم: کاربرد مشتق

فصل ۵ حسابان دوازدهم

درس ۱: بررسی یکنوایی تابع به کمک مشتق	۳۷۸	۴۱۱
درس ۲: نقطه بحرانی	۳۸۲	۴۱۳
درس ۳: اکسترم‌های نسبی	۳۸۶	۴۱۶
درس ۴: اکسترم‌های مطلق	۳۹۱	۴۲۲
درس ۵: بهینه‌سازی	۳۹۴	۴۲۵
درس ۶: تقعر و نقطه عطف	۳۹۸	۴۳۱
درس ۷: رسم نمودار	۴۰۷	۴۴۰

فصل ششم: سهمی و معادلات

فصل ۴ ریاضی دهم - فصل ۱ حسابان یازدهم

درس ۱: روش‌های حل معادله درجه دو	۴۴۶	۴۶۶
درس ۲: سهمی	۴۵۴	۴۷۵
درس ۳: معادلات گویا	۴۶۱	۴۸۳
درس ۴: معادلات رادیکالی	۴۶۳	۴۸۷

فصل هفتم: تعیین علامت و نامعادله

فصل ۴ ریاضی دهم

۴۹۷	۴۹۰
-----	-----

فصل هشتم: قدرمطلق و جزء صحیح

فصل ۴ ریاضی دهم - فصل‌های ۱ و ۲ حسابان یازدهم

درس ۱: قدرمطلق	۵۰۴	۵۲۱
درس ۲: جزء صحیح	۵۱۴	۵۲۷

۵۲۰- تابع $f(x) = |x^2 - (1-m)x - 3|$ در بازه $(-\infty, -1]$ یک به یک است. حدود m کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1]$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $(-\infty, 1]$ (۴) $(-\infty, -2]$

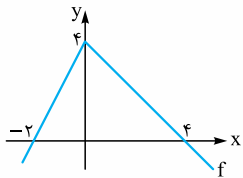
۱۰ شو

۵۲۱- اگر $a > 0$ ، $f(x) = ax + [x]$ و $g(x) = b - [-x]$ و نمودار f از نقطه $A(f(\sqrt{2}), f(2))$ بگذرد، با فرض $g(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2})$ ، حاصل $a^2 + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) ۴

۵۲۲- نمودار تابع f رسم شده است. به ازای چند مقدار صحیح برای m ، تابع $y = 2x - f(mx)$ یک به یک است؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۵۲۳- با فرض $f(x) = |x+1| + |x+3|$ ، تابع $y = ax - f(2x)$ یک به یک است. حدود a کدام است؟

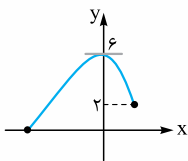
- (۱) $2 < a < 4$ (۲) $1 < a < 2$ (۳) $|a| > 2$ (۴) $|a| > 4$

۵۲۴- تابع $f(x) = |x^2 - ax + 2a - 1|$ در بازه $(1, +\infty)$ یک به یک است. a چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۲۵- نمودار تابع f به صورت مقابل است. به ازای چند مقدار صحیح a ، تابع $y = \frac{a|x|}{x} + f(x)$ ، در دامنه خود یک به یک نیست؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



درس ۱۰: تابع وارون

اگر نقطه (a, b) روی f باشد، نقطه (b, a) روی f^{-1} است.

۵۲۶- وارون تابع $y = x^2 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(-\frac{1}{4}, -\frac{11}{4})$

(تجربی ۱۴۰۱)

۵۲۷- اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{8})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a+a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{27}$ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) $3/5$

(تجربی ۱۴۰۳)

۵۲۸- تابع $y = \frac{x}{|x|} \sqrt{a+bx^2}$ و وارون آن از نقطه $(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ می‌گذرند. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -۳ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۱

(تجربی ۱۴۰۴)

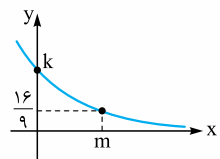
۵۲۹- شکل مقابل نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x}$ است. مقدار $3mk$ کدام است؟

(۱) ۱۹

(۲) ۳۸

(۳) ۲۱

(۴) ۴۲



۵۳۰- اگر $f^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ و $f(3f(a)) = 2$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{23}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۳۱- شکل مقابل نمودار تابع $f(x)$ است. مقدار $f^{-1}(5) + f^{-1}(0)$ کدام است؟

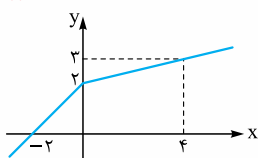
(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۱۴

(مثل کنگور)



۵۳۲- تابعی یک به یک و $g(x) = 2f(2x+1) + 1$ است. اگر $f^{-1}(5) = 3$ و $g^{-1}(a) = 1$ ، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۵۳۳- اگر f و g دو تابع وارون پذیر باشند، به طوری که $f(\frac{1}{y}x-1) = g(2x) - x$ و $f^{-1}(2) = 0$ ، آن گاه $g(4)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۳۴- اگر $f(x) = f^{-1}(3) + 2x - 1$ باشد، آن گاه $f^{-1}(\frac{25}{3})$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۵۳۵- نمودار وارون تابع $y = 1 + 2f(x+3)$ از نقطه $(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3})$ می گذرد. نمودار تابع $y = 1 - 2f^{-1}(x-3)$ محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

- ۲/۵ (۱) ۲/۷۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۳/۷۵ (۴)

۵۳۶- اگر $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$ و نمودارهای $g(x) = 2f(x-1)$ و $h(x) = 2f^{-1}(x-1)$ به ترتیب محور طولها را در $x = \alpha$ و $x = \beta$ قطع کنند، مقدار

$3g(3\beta) - 5f(\alpha)$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) -۶ (۴)

۵۳۷- اگر $fog(x) = x^2 + x + 2$ و $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}g^{-1}(x)$ حاصل $fof(-1)$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۶ (۲) -۸ (۳) ۱۲ (۴)

۵۳۸- فرض کنید f وارون پذیر و $f(2x) = 3 - 2g(1+x)$ باشد. اگر $kg^{-1}(4) = 2 + f^{-1}(-5)$ ، مقدار k کدام است؟ ($g^{-1}(4) \neq 0$)

- ۲ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

در سؤالاتی که محل بر خورد f^{-1} و g مطلوب مسئله است کافیست فقط جای x و y را عوض کنید و دستگاه را حل کنید.

۵۳۹- به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^2 + 6x^2 + ax + 1$ ، خط $10y - x = -10$ را در نقطه ای به عرض ۱ قطع می کند؟ (ریاضی ۱۴۰۳)

- ۱۵ (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴)

۵۴۰- اگر $f(x) = x^2 + x + 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $y = x - 2$ یکدیگر را در نقطه (α, β) قطع می کنند. $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۴ (۴) صفر

۵۴۱- اگر $1 \leq x$ ، $f(x) = x^2 - 2x - 3$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{3}$ با کدام طول متقاطع هستند؟ (تجربی خارج ۹۸)

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴)

۵۴۲- وارون تابع $y = x^2 + \sqrt{b-ax}$ خط $y = x - 4$ را در نقطه $(a, -1)$ قطع می کند. مقدار $a - b$ کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۴)

- ۲ (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۵۴۳- نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{x-3}{3}$ را در راستای محور y ها، ۶ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم. اگر A نقطه تلاقی نمودار منحنی حاصل با نمودار

f باشد، فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟ (تجربی مجدد ۱۴۰۱)

- ۲ $\sqrt{5}$ (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

۵۴۴- اگر $x \geq 2$ و $f(x) = x^2 - 4x$ و $x = \alpha$ جواب معادله $f^{-1}(x) = \frac{6-x}{3}$ باشد، مقدار $fof(2-\alpha)$ کدام است؟

- ۲۰ (۱) -۳ (۲) ۵ (۳) ۲۱ (۴)

۵۴۵- خط $y = \frac{x-1}{3}$ نمودار وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x-1} + 2$ را در نقطه ای به طول α قطع می کند. مقدار بزرگتر $f(\alpha-1)$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴)

۵۴۶- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2x+m}$ خط $4y - x - 7 = 0$ را در نقطه ای به طول ۳ قطع می کند. مقدار $f(8m+5)$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۲۴ (۴)

۵۴۷- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بر دامنه $(0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می کند؟ (تجربی خارج ۹۹)

- ۳/۲ (۱) -۳/۴ (۲) -۱ (۳) -۱/۲ (۴)

۵۴۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه ای به عرض ۱۰ قطع می کند. مقدار $f(m+4)$ کدام است؟ (ریاضی ۱۴۰۲)

- ۱/۲ (۱) ۱/۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۵۴۹- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه ای به عرض ۷/۲ قطع می کند. مقدار $f(\frac{4}{m})$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- ۲ $\sqrt{3}$ (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{15}$ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴)

۵۵۰- نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + mx - 2$ را نسبت به نیمساز ناحیه های اول و سوم قرینه می کنیم و سپس ۲ واحد به سمت بالا انتقال می دهیم تا

نمودار تابع g به دست آید. اگر $g^{-1}(3) = 4$ باشد، مقدار m کدام است؟ (آزمون های آزمایشی خیلی سبز)

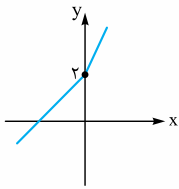
- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

دامنه f^{-1} همان برد f است.

۵۵۱- تابع f اکیدا نزولی و برد آن بازه $[-8, 5]$ است. اگر $f^{-1}(m-2) > f^{-1}(-3m+1)$ باشد، حدود m کدام است؟

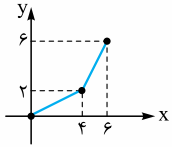
- (۱) $[\frac{3}{4}, 3]$ (۲) $[-\frac{4}{3}, 3]$ (۳) $[7, +\infty)$ (۴) $(\frac{3}{4}, +\infty)$

۵۵۲- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، نمودار $f^{-1}(x-1)$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟



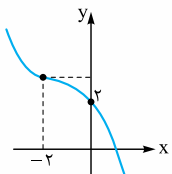
- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

۵۵۳- نمودار تابع f به صورت مقابل است. مساحت ناحیه محدود به f و f^{-1} کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۲
- (۴) ۲۴

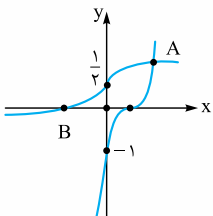
۵۵۴- نمودار تابع $f(x) = b(a-x)^2 + 10 + 4b$ به صورت مقابل است. وارون تابع $y = a(1-x)^2 - b$ از کدام ناحیه



مختصات عبور نمی‌کند؟

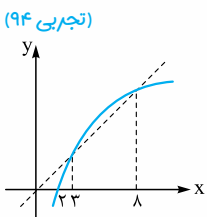
- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

۵۵۵- نمودار تابع $y = a(x-b)^3$ و وارون آن به صورت مقابل است. شیب خط گذرنده از A و B کدام است؟



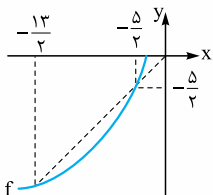
- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۵۵۶- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟



- (۱) $(0, 2]$
- (۲) $[2, 3]$
- (۳) $[2, 8]$
- (۴) $[3, 8]$

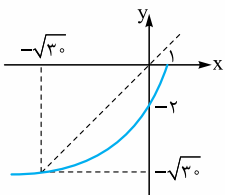
۵۵۷- شکل مقابل، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



(تجربی ۱۴۰۳)

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۵

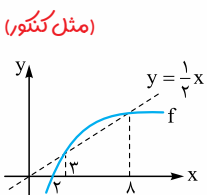
۵۵۸- شکل مقابل، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x)}{-x + f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



(تجربی خارج ۱۴۰۳)

- (۱) ۷
- (۲) بیش از ۷
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۵۵۹- شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ و خط $y = \frac{1}{x}$ است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{2x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟



(مثل کنکور)

- (۱) $(-\infty, 1/5] \cup [4, +\infty)$
- (۲) $[1/5, 4]$
- (۳) $(-\infty, 3] \cup [8, +\infty)$
- (۴) $[3, 8]$

محاسبه مقدار تابع وارون

۵۶۰- توابع $f = \{(2, 6), (3, 0), (1, 4), (4, -5)\}$ و $g(x) = \sqrt{10 - x}$ مفروض‌اند. اگر $g(f(a)) + f(f^{-1}(-5)) = 1$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

(تجربی ۱۴۰۳)

۵۶۱- اگر $f = \{(\frac{1}{9}, -1), (\frac{1}{3}, 1), (-\frac{1}{9}, 3), (\frac{1}{9}, -3)\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $\log^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$

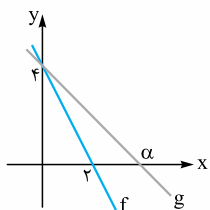
(تجربی ۹۶)

۵۶۲- دو تابع $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$ مفروض اند. اگر $f^{-1}(g(2a)) = 6$ باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۵۶۳- نمودار توابع خطی f و g در شکل مقابل رسم شده است. اگر $\log(f) = \log(g(2))$ باشد، مقدار $g^{-1}of^{-1}(\alpha)$ کدام است؟

- (۱) ۴+ (۲) صفر (۳) $7/5$ (۴) ۶



(تجربی ۱۴۰۲)

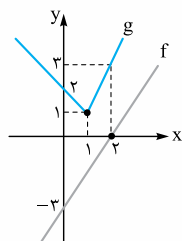
۵۶۴- فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $x \geq 1$ و $f(x) = 1 + x - 2\sqrt{x}$ باشد، $gog(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) صفر

(تجربی خارج ۱۴۰۱)

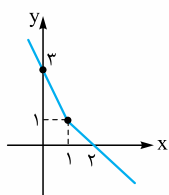
۵۶۵- با توجه به نمودارهای f و g در شکل مقابل حاصل $gof^{-1}(-2) \times gog(0)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۶



۵۶۶- نمودار f به صورت مقابل است. وارون تابع f محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می کند. طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$



(تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۵۶۷- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ باشد، حاصل $g(-\frac{3}{4}) + g(\frac{5}{4})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{19}{20}$ (۳) $-\frac{11}{28}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۵۶۸- اگر داشته باشیم: $g(x) = f(2x+5)$ و $f^{-1}(x) = \frac{x^3}{9} + \sqrt[3]{9x}$ ، آن گاه حاصل عبارت $f^{-1}(g^{-1}(f(-1)))$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۶

۵۶۹- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - (\frac{1}{2})^x}{2}$ را در نظر بگیرید. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) $\log_2(-1 + \sqrt{5})$ (۲) $\log_2(1 + \sqrt{5})$ (۳) $\log_2(2 + \sqrt{5})$ (۴) $\log_2(3 + \sqrt{5})$

۵۷۰- توابع $f(x) = \log(2x-5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x-4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1}of^{-1}(x)$ محور y را در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $4 - \sqrt{3}$ (۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{3}$

(ریاضی ۱۴۰۲)

شرط وارون پذیری

۵۷۱- تابع خطی غیرهمانی f که با وارونش برابر است و تابع $g(x) = \frac{1}{p}x^2$ را در نظر بگیرید. بزرگ ترین بازه ای که تابع $f + g$ در آن وارون پذیر است، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -\frac{1}{p}]$ (۲) $[1, +\infty)$ (۳) $[\frac{1}{p}, +\infty)$ (۴) $(-\infty, \frac{1}{p}]$

(مثل کتکور)

۵۷۲- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x \geq 0 \\ ax + b & x < 0 \end{cases}$ وارون پذیر است. نمودار f^{-1} لزوماً از کدام ناحیه (نواحی) مختصات نمی گذرد؟

- (۱) فقط دوم (۲) فقط چهارم (۳) دوم و چهارم (۴) سوم و چهارم

۵۷۳- توابع $f(x) = x(3x+a)$ و $g(x) = (x-2)(ax+1)$ مفروض اند. اگر $f + g$ وارون پذیر باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۶۴ (۳) ۳۶ (۴) ۱۰۰

۵۷۴- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 \leq 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار

(تجربی ۱۴۰۲)

$f^{-1}(-19)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۵۷۵- فرض کنید $f(x) = 2x + 1$; $1 \leq x \leq 3$ باشد. در این صورت $f(x) + f^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$; $1 \leq x \leq 3$ (۲) $y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{4}$; $1 \leq x \leq 3$ (۳) $\{(3, 8)\}$ (۴) $y = 4x$

۵۷۶- هرگاه $g - f = \{(1, 1), (2, -1), (3, 0), (0, 2)\}$ و $f(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$ باشد، برد g^{-1} با حداکثر تعداد عضو کدام است؟

- (۱) $\{1, 2, 3\}$ (۲) $\{\pm 1, 0, 2\}$ (۳) $\{\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 0\}$ (۴) $\{\pm 1, 2, 3, 0\}$

۵۷۷- اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (-2, 1), (3, -1)\}$ و $g(x) = \frac{6x}{x-1}$ باشد، برد تابع $\frac{f^{-1} + g}{f}$ شامل چند عضو است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۷۸- اگر $f = \{(2, 4), (3, 5), (5, 3), (-1, 2)\}$ ، مجموع اعضای دامنه و برد تابع $of(f^{-1} \times \frac{2}{f})$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰/۵ (۳) ۸/۵ (۴) ۹

۵۷۹- نقطه $A(2, a)$ روی نمودار تابع f و نقطه $A'(4, b)$ متناظر با نقطه A روی نمودار تابع وارون تابع $g(x) = 2f(\frac{x}{3})$ قرار دارد. حاصل $a + b$ کدام است؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- (۱) $\frac{26}{3}$ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) $\frac{24}{5}$

وارون تابع خطی، هموگرافیک و رادیکالی

۵۸۰- قرینه خط به معادله $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ ، خط d می‌نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۵۸۱- توابع $f(x) = 2x + a$ و $g(x) = (f + 2f^{-1})(x)$ مفروض‌اند. کدام تابع زیر همانی است؟

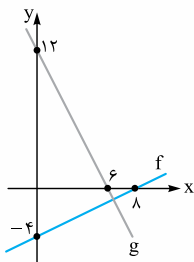
- (۱) $2g(x)$ (۲) $\frac{1}{4}g(x)$ (۳) $\frac{1}{3}g(x)$ (۴) $3g(x)$

۵۸۲- وارون تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1}$ ، تابع $f^{-1}(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{2x + d}$ مقدار $\frac{a+b}{c+d}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{3}$

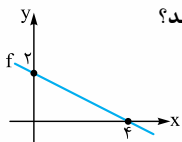
۵۸۳- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. وارون تابع $2f + g$ کدام است؟

- (۱) $4x - f(x)$ (۲) $x - f(4x)$ (۳) $4x + f(x)$ (۴) $x + f(4x)$



۵۸۴- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت روبه‌رو است. وارون تابع $y = fof(x)$ خط $y = 2x + 6$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) $-\frac{20}{7}$



۵۸۵- هرگاه f تابعی خطی با شیب منفی باشد به طوری که $fof(2x) = 8x - 6$ ، مقدار $f^{-1}(4f^{-1}(4))$ کدام است؟

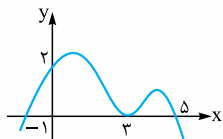
- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۸۶- اگر $f(x) = 4x + 2$ و $g(x) = 2x - 4$ باشد، توابع $(f + g)^{-1}$ و $f^{-1} - g^{-1}$ با کدام طول یکدیگر را قطع می‌کنند؟ (آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{4}{8}$ (۳) $-\frac{6}{8}$ (۴) $-\frac{7}{6}$

۵۸۷- نمودار تابع f شکل زیر است. اگر g خطی باشد که محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۵ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کند، جمع صفرهای $y = fof^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -۴



۵۸۸- فرض کنید f خطی و برای هر $x \neq 0$ تساوی $f^{-1}(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x}f(-x)$ برقرار باشد. مقدار $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵۸۹- اگر $f(x) = (x-1)^2 + (2x-2)^2 + (3-3x)^2$ باشد، ضابطه وارون تابع f کدام است؟ ($x \neq 0, 1$) (آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

(۱) $x - \frac{1}{9}$ (۲) $\frac{x}{9} - 1$ (۳) $3(x-1)^2$ (۴) $1 - \frac{x}{9}$

۵۹۰- اگر f تابع خطی گذرنده از دو نقطه $(-1, 2)$ و $(1, 8)$ باشد، آنگاه اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح که در معادله $[f^{-1}(x)] + 3 = 0$ صدق می‌کنند، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۶

۵۹۱- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{2x-m}{2x+m-1}$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{ax+3}{ax+c}$ می‌باشد، کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۵۹۲- اگر f تابعی یک‌به‌یک و $(f+2g)(x) = (f \times 3g)(x)$ باشد، آنگاه ضابطه $g \circ f^{-1}(x)$ کدام است؟

(۱) $g(x) = \frac{x}{3x-2}$ (۲) $g(x) = \frac{x+3}{x+2}$ (۳) $g(x) = \frac{x}{3x+2}$ (۴) $g(x) = \frac{3x-2}{3x+2}$

۵۹۳- اگر $f(x) = 2 - \frac{3}{x}$ و $f^{-1} \log(x) = 2 - x$ باشد، ضابطه $g^{-1} \log^{-1}(x)$ کدام است؟

(۱) $y = x$ (۲) $y = \frac{2}{x-2}$ (۳) $y = \frac{2}{x+2}$ (۴) $y = \frac{-2}{2x-1}$

۵۹۴- ضابطه وارون تابع $f(x) = 3 - \sqrt{5x-4}$ به صورت $f^{-1}(x) = a + b(x-c)^2$ است. $a+b+c$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۳

وارون درجه ۲ و ۳ و ۴ نمای و نگاریم

۵۹۵- وارون تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ در دامنه $x \leq \frac{5}{4}$ به صورت $f^{-1}(x) = a - \sqrt{\frac{x}{b} + \frac{c}{d}}$ می‌باشد. $a+b+c$ کدام است؟

(۱) $3/5$ (۲) $3/75$ (۳) ۴ (۴) $4/25$

۵۹۶- اگر $f(x) = x^2(x-6)$ و $g(x) = 4(2x-2)$ ، آنگاه ضابطه وارون تابع $f+g$ کدام است؟

(۱) $y = 2 + \sqrt[3]{x}$ (۲) $y = 2 - \sqrt[3]{x}$ (۳) $y = -2 + \sqrt[3]{x}$ (۴) $y = -2 - \sqrt[3]{x}$

۵۹۷- ضابطه وارون تابع $f(x) = (27x^2 + 9)(x-1)$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt[3]{x+b}+a}{c}$ است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۵۹۸- ضابطه وارون تابع $y = x^2 - 2x^2$ با شرط $-1 < x < 0$ کدام است؟

(۱) $y = \sqrt{\sqrt{x+1}+1}$ (۲) $y = -\sqrt{1-\sqrt{x+1}}$ (۳) $y = \sqrt{1-\sqrt{x+1}}$ (۴) $y = -\sqrt{\sqrt{x+1}+1}$

۵۹۹- وارون تابع $f(x) = 2^{x-4} - 1$ به صورت $f^{-1}(x) = a + \log_c(x+b)$ می‌باشد، کدام است؟

(۱) $1/6$ (۲) ۱ (۳) $1/5$ (۴) $1/8$

۶۰۰- وارون تابع $f(x) = 3 - 4 \log_3(5x-1)$ به صورت $f^{-1}(x) = a + a \times 3^{bx+c}$ می‌باشد. $5a+b+c$ کدام است؟

(۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $2/5$

وارون رادیکال‌های ترکیبی

۶۰۱- اگر $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x^2+4}$ باشد، حاصل $f^{-1}(x) + f^{-1}(\frac{1}{x})$ کدام است؟

(۱) $2x$ (۲) $\frac{2}{x}$ (۳) $x^2 - 1$ (۴) صفر

۶۰۲- وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ به صورت $f^{-1}(x) = ax + b - 2\sqrt{x+1}$ است، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۰۳- اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

۶۰۴- هرگاه ضابطه وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{1-x}$ به صورت $g(x) = x + a + b\sqrt{2-x}$ باشد، مقدار ab کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۹ (۳) -۹ (۴) ۴

وارون توابع به فرم $\frac{2}{درجه ۲}$ و $\frac{1}{درجه ۱}$

۶۰۵- تابع $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$ با دامنه $[1, +\infty)$ مفروض است. اگر $g(x) = x - f^{-1}(x)$ باشد، ضابطه $g^{-1}(x)$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{x^2+1}$ (۲) $\sqrt{x^2+1}$ (۳) $-\sqrt{x^2-1}$ (۴) $-2\sqrt{x^2-1}$

۶۰۶- ضابطه وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) $-x^2$ (۲) x^2 (۳) $x|x|$ (۴) $-x|x|$

(تجربی ۹۶)

۶۰۷- ضابطه وارون تابع $y = 3x - |x|$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{3x+|x|}{4}$ (۲) $y = \frac{3x+|x|}{8}$ (۳) $y = \frac{x+|x|}{4}$ (۴) $y = \frac{2x-|x|}{4}$

(مثل کنگور)

۶۰۸- تابع $f(x) = x^2\sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه کدام است؟

(۱) $-\sqrt{x^2}, x \leq 0$ (۲) $-\sqrt{x}, x \leq 0$ (۳) $-\sqrt{x^2}, x \geq 0$ (۴) $-\sqrt{x}, x \geq 0$

(ریاضی ۱۴۰۱)

۶۰۹- تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}x - 7, x \geq 2$ (۲) $-\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq 3$ (۳) $-2x + 14, x \leq 3$ (۴) $-2x - \frac{14}{3}, x \geq 2$

(ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۶۱۰- نمودار تابع $y = |2x-6| - |x+4| + x$ در یک بازه اکیداً نزولی است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

(۱) $-x+6, x < -4$ (۲) $-x+5, x > 2$ (۳) $-\frac{1}{3}x+1, -4 < x < 3$ (۴) $-\frac{1}{3}x+1, -4 < x < 10$

(ریاضی ۹۴)

۶۱۱- ضابطه وارون تابع $y = x|x+2|$ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که اکیداً نزولی است کدام است؟

(۱) $-1 - \sqrt{-x-1}, -2 \leq x \leq -1$ (۲) $-1 + \sqrt{-x-1}, -2 \leq x \leq -1$

(۳) $-1 - \sqrt{1+x}, -1 \leq x \leq 0$ (۴) $-1 + \sqrt{1+x}, -1 \leq x \leq 0$

۶۱۲- تابع $f(x) = 3x - |x|$ را در نظر بگیرید. اگر تابع $y = af(x) - f^{-1}(bx)$ خطی باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۶۱۳- تابع $f(x) = (2x-4)|ax+3|$ در $\mathbb{R}$ صعودی است. ضابطه وارون این تابع کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2 - \sqrt{\frac{x}{3}} & x \geq 0 \\ 2 + \sqrt{\frac{-x}{3}} & x < 0 \end{cases}$ (۲) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2 + \sqrt{\frac{x}{3}} & x \geq 0 \\ 2 + \sqrt{\frac{-x}{3}} & x < 0 \end{cases}$ (۳) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2 + \sqrt{\frac{x}{3}} & x \geq 0 \\ 2 - \sqrt{\frac{-x}{3}} & x < 0 \end{cases}$ (۴) $f^{-1}(x) = \begin{cases} 2 + \sqrt{\frac{-x}{3}} & x \leq 0 \\ 2 + \sqrt{\frac{x}{3}} & x > 0 \end{cases}$

تقاطع f و f⁻¹

۶۱۴- اگر تابع $f(x) = \sqrt{ax+b}$ تابع وارونش را در (۱,۲) قطع کند، a-b کدام است؟

(۱) -۱۰ (۲) -۴ (۳) ۱۰ (۴) ۴

۶۱۵- تابع $f(x) = a + \sqrt{b-x}$ وارون خود را در نقطه A(۴,۳) قطع می‌کند. نمودار تابع $y = f^{-1}(2+f(x))$ ، محور y را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۱) -۶ (۲) -۸ (۳) -۱۰ (۴) -۱۲

اگر تابعی اکیداً صعودی باشد، تقاطع f و f⁻¹ از حل معادله $f(x) = x$ به دست می‌آید.

۶۱۶- تابع $f(x) = 3x + |x| + 1$ و وارونش در نقطه A متقاطع‌اند. فاصله A از نیمساز ناحیه دوم و چهارم چه قدر است؟

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

(ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۶۱۷- فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^2 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۶۱۸- تابع $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ با شرط $x \geq -1$ وارونش را در A قطع می‌کند. فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}-2}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{5}-2}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}+2}{2}$

(مثل کنگور)

۶۱۹- نمودار $f(x) = \frac{x-3}{2} + 2\sqrt{x}$ و وارون آن در نقاط A و B متقاطع‌اند. طول پاره خط AB کدام است؟

(۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt{2}$

(ریاضی خارج ۱۴۰۳)

۶۲۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه، تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۲۱- تابع f با ضابطه $f(x) = 4x - x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 9$ در یک همسایگی از a، وارون پذیر است. اگر $\text{fof}(a) = a$ باشد، مقدار $f(a-5)$ کدام است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۹ (۴) ۷

(ریاضی ۱۴۰۴)

۶۲۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ ، در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

(ریاضی ۱۴۰۳)

۶۲۳- تابع یک به یک $f(x) = \frac{x+2}{x+m}$ ، وارون خود را در نقاطی به طول α و $\alpha-3$ قطع می کند. حاصل $f^{-1}(\alpha+m)$ کدام است؟

- (۱) ۲ یا ۱ (۲) ۲ (۳) ۱ یا ۳ (۴) ۱ یا ۳

۶۲۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+3}{x+a+2}$ ، وارون خود را در نقاطی به طول α و β قطع می کند. اگر $f^{-1}(\alpha+\beta) = -1$ باشد مقدار a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۳ (۴) ۵

۶۲۵- تابع $f(x) = \frac{ax-6}{2x-b}$ وارون خود را فقط در نقطه ای به طول ۲ قطع می کند. حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۷ (۴) ۳

ترکیب f و f^{-1}

۶۲۶- هرگاه $f(x) = \frac{2-\sqrt{3}x}{2x+\sqrt{3}}$ ، مقدار $f \circ f(\sqrt{12})$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۶۲۷- اگر $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ باشد، حاصل $f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{7}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) $\frac{123}{41}$

(تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۶۲۸- اگر $f(x) = 2\sqrt{4-x} - 1$ باشد، نمودار $y = f \circ f^{-1}(\frac{x}{4}) + f^{-1} \circ f(3x-2)$ در بازه $[a, b]$ به صورت یک پاره خط است. طول پاره خط کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{53}$ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) $4\sqrt{13}$

۶۲۹- تابع $f = \{(1, a^2-1), (2, a+2), (3, a), (4, a^2-3)\}$ مفروض است. اگر $f \circ f^{-1} = f \circ f$ باشد، مقدار $f(3a-4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳۰- تابع $f(x) = 3a+2+\sqrt{2a-x}$ مفروض است. اگر $x=k$ تنها جواب معادله $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ باشد مقدار $f^{-1}(-1)$ کدام است؟

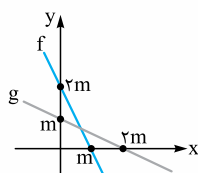
- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳

۶۳۱- با فرض $f(x) = \sqrt{4a-3-x} + 3a$ ، معادله $f \circ f^{-1}(x) = f \circ f^{-1}(x)$ دقیقاً یک جواب دارد. مقدار $f^{-1}(4a+1)$ کدام است؟

- (۱) $a-2$ (۲) $2a-1$ (۳) $a+2$ (۴) $-1-2a$

۶۳۲- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. حاصل $f^{-1} \circ g(m) + f \circ g(m)$ کدام است؟

- (۱) $2m$ (۲) $\frac{5}{4}m$ (۳) $\frac{3}{4}m$ (۴) $\frac{7}{4}m$



۶۳۳- اگر $f(x) = 4 + \sqrt{-x}$ و دامنه تابع $g(x) = f^{-1}(x + f(2x))$ بازه $[a, b]$ باشد، مقدار $[f(a)f(b)]$ کدام است؟ [علامت جزء صحیح است.]

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۱ (۴) ۱۶

$$(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$$

۶۳۴- اگر $f(x) = x+6$ و $(g \circ f^{-1})^{-1}(x) = 3x-2$ ، آن گاه ضابطه $g(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}(x-8)$ (۲) $\frac{1}{3}(x+8)$ (۳) $\frac{1}{3}(x+2)$ (۴) $\frac{1}{3}(x-2)$

(آزمون های آزمایشی خیلی سبز)

۶۳۵- اگر $f \circ g^{-1}(x) = g(x)$ ، حاصل $f \circ g^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $g(x)$ (۲) $g^{-1}(x)$ (۳) $f(x)$ (۴) $f^{-1}(x)$

۶۳۶- اگر $f(x) = 3 - \frac{2}{x}$ و $(f^{-1} \circ g)(x) = f(\frac{2}{x})$ باشد، ضابطه $g^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3x-7}{x-3}$ (۲) $\frac{3x-7}{3-x}$ (۳) $\frac{3x+7}{x-3}$ (۴) $\frac{3x+7}{3-x}$

۶۳۷- اگر $f(2x) = \frac{2x}{1+4x}$ و $(f^{-1} \circ g)(x) = \frac{x+2}{x-2}$ باشد، ضابطه $g^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2x+2}{3x-1}$ (۲) $\frac{2x-2}{1-3x}$ (۳) $\frac{1-3x}{2x-2}$ (۴) $\frac{3x-1}{2x+2}$

۶۳۸- اگر $f(x) = \frac{x}{x+2}$ و $g \circ f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x}$ باشد، آن گاه حاصل ضرب طول نقاط برخورد g با وارون خود کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۴

وارون یک تابع بر حسب وارون تابع دیگر

۶۳۹- وارون تابع $y = f(3x-1)$ کدام است؟

- (۱) $y = f^{-1}(\frac{x+1}{3})$ (۲) $y = f^{-1}(3x-1)$ (۳) $y = 3f^{-1}(x)-1$ (۴) $y = \frac{f^{-1}(x)+1}{3}$

۶۴۰- با چه تبدیلی از نمودار $y = 3f^{-1}(\frac{x}{3})$ به نمودار وارون $y = 4f(\frac{x}{4})$ می توانیم برسیم؟

- (۱) انقباض عمودی و انقباض افقی
(۲) انقباض عمودی و انبساط افقی
(۳) انقباض عمودی، انبساط افقی
(۴) انبساط عمودی، انقباض افقی

۶۴۱- نمودار تابع $g(x) = 3 - f(\frac{2+x}{3})$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می کنیم و نمودار وارون تابع حاصل را رسم می کنیم. ضابطه تابع مربوط به نمودار جدید کدام است؟ (تابع f با دامنه و برد $\mathbb{R}$ و وارون پذیر است.)

- (۱) $y = 2 + 3f^{-1}(x - 3)$ (۲) $y = 3 - 2f^{-1}(x + 3)$ (۳) $y = 2 - 3f^{-1}(x + 3)$ (۴) $y = 3 + 2f^{-1}(x - 3)$

تبدیلات در تابع وارون

سخت ترین سؤال ها در تابع وارون را این جا آورديم: یعنی جایی که تبدیلات با تابع وارون ترکیب می شود.

۶۴۲- تابع $f(x) = \frac{2x+3}{x-4}$ را a واحد به سمت راست و $2a$ واحد به سمت بالا انتقال می دهیم تا به تابع $g(x)$ برسیم، اگر $g(x) = g^{-1}(x)$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۶۴۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{-3-x}$ را نسبت به محور عرض ها قرینه کرده و سپس دو واحد به چپ انتقال می دهیم. اگر تابع جدید را g بنامیم و نمودار وارون

- تابع $y = \frac{1}{3}x + m$ را در نقطه ای به عرض ۲ قطع کند، مقدار m کدام است؟
(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

۶۴۴- تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ را 4 واحد به راست انتقال می دهیم و وارون آن را g می نامیم و مجدد تابع f را ابتدا وارون کرده و k واحد به چپ انتقال می دهیم و آن را h می نامیم. اگر توابع $y = g(x)$ و $y = h(x)$ در نقطه ای به طول $x = 2$ یکدیگر را قطع کنند، k کدام می تواند باشد؟

- (۱) -۱ (۲) $-1/5$ (۳) -۲ (۴) $-2/5$

۶۴۵- تابع $f(x) = x^2 + 2x^2 - mx - 7$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده سپس 4 واحد به سمت بالا انتقال می دهیم، تابع به دست آمده را g می نامیم. اگر $g^{-1}(5) = -2$ ، مقدار m کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۳
۶۴۶- تابع $f(x) = \frac{2x+a}{2x+b}$ مفروض است. اگر وارون f بر قرینه f نسبت به مبدأ مختصات منطبق باشد کدام صحیح است؟
(۱) $a = -2$ (۲) $a = 2$ (۳) $b = 3$ (۴) $b = 2$

۶۴۷- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را نسبت به نقطه $A(2,0)$ قرینه کنیم و آن را k واحد به بالا انتقال دهیم، نمودار حاصل بر وارون آن منطبق خواهد شد، k کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۴۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{6-2x}$ را نسبت به محور عرض ها قرینه کرده سپس نمودار را k واحد به سمت راست انتقال می دهیم. اگر نمودار حاصل نمودار f را در نقطه ای به عرض ۲ قطع کند، k کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}-1$ (۲) $\sqrt{3}-1$ (۳) $2\sqrt{2}-1$ (۴) $\sqrt{2}+1$

۶۴۹- $f(x) = \sqrt{x+k}$ را 5 واحد به راست انتقال می دهیم و وارون آن را g می نامیم و بار دیگر ابتدا f را وارون کرده و یک واحد به چپ انتقال می دهیم و آن را h می نامیم. اگر $g(4) = 2h(3)$ ، مقدار k کدام است؟

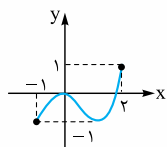
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۹

دامنه و برد وارون تابع مرکب

دامنه تابع مرکب را قبلاً داشتیم: حال در توابع مرکب وارون هم ترکیب می شود و باید خیلی حواسمان جمع باشد.

۶۵۰- نمودار f به صورت مقابل است. اگر $g(x) = 3 - \sqrt{x+2}$ باشد، آن گاه دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۶۵۱- با فرض $f(x) = 4 - \sqrt{2-x}$ و $g(x) = f^{-1}(k-3x)$ دامنه تابع $g \circ f$ بازه $[-23, 2]$ است. k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۵۲- اگر $f(x) = \sqrt{x(3-x)}$ و $g(x) = \frac{7}{x-4}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۵۳- اگر $f(x) = 5 - \sqrt{1-x}$ و $g(x) = f^{-1}(1-2x)$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۱ (۳) ۴۸ (۴) ۱۹

۶۵۴- تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$ را دو واحد به چپ و یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم. اگر تابع حاصل را $g(x)$ بنامیم، برد تابع $y = (g \circ f)^{-1}(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۶۵۵- تابع $f(x) = 3 - 2x; x \leq 2$ مفروض است. اگر $[\alpha, \beta]$ مجموعه جواب نامعادله $f(x) \leq f(2f^{-1}(x))$ باشد، حاصل $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

باشو

۶۵۶- اگر $x > 0$ ، $f(x) = 2^x + \frac{k}{x}$ در شرط $f^{-1}(2) = 2f^{-1}(-2)$ صدق کند، مقدار $f(|k|)$ کدام است؟

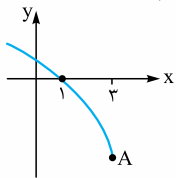
- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

۶۵۷- تابع $f(x) = \frac{2x-4}{ax^2+bx+8}$ با دامنه $\mathbb{R} - \{2\}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع $y = \sqrt{f^{-1}\left(\frac{3x-2}{8}\right) - \frac{b}{4}}$ به صورت $(-\infty, m] \cup (n, +\infty)$ می‌باشد.

$m^2 - 9n^2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۴ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۶۵۸- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ است. اگر قرینه A نسبت به نیمساز ربع اول و سوم، روی تابع f باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) $-4 + 2\sqrt{3}$
(۲) $-4 - 2\sqrt{3}$
(۳) $-4 + \sqrt{7}$
(۴) $-4 - \sqrt{7}$

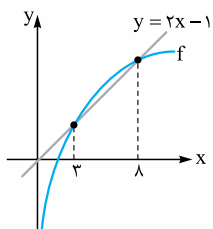
۶۵۹- اگر $2f(x+2) - 3 = \frac{3g(x-2)+1}{2g(x-2)-3}$ و $f^{-1}(x-1) = 2x^2 + 4x + 1$ باشد، مقدار $g^{-1}(1)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۳/۲۵ (۳) ۳/۵ (۴) -۵/۷۵

۶۶۰- تابع $y = f(x)$ اکیداً نزولی با دامنه $\mathbb{R}$ است. اگر $f(3) = -1$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(x+3)(f^{-1}(5x+1)-3)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار



۶۶۱- شکل مقابل، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{x+1}{2}} - f^{-1}(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

(مثل کتور)

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۹

۶۶۲- تابع $f(x) = 3 - \sqrt{x-a}$ مفروض است. اگر دامنه تابع $g(x) = \sqrt{x^2 - f^{-1}(x)}$ شامل دو عدد صحیح باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $3 \leq a < 5$ (۲) $1 < a \leq 3$ (۳) $-9 < a \leq -3$ (۴) $-3 < a \leq 3$

۶۶۳- فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ مفروض باشد، $f^{-1}(2)$ کدام است؟

(تجربی ۹۹)

- (۱) $\log_2(2 - \sqrt{3})$ (۲) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۳) $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۴) $\log_2(2 + \sqrt{3})$

۶۶۴- تابع $f(x) = x^2 - 6x + 2$ و تابع اکیداً صعودی g با برد $\mathbb{R}$ مفروض‌اند. اگر معادله $g(f(g(x))) = 0$ فقط یک جواب داشته باشد، مقدار $g^{-1}(0)$ کدام است؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- (۱) -۹ (۲) -۷ (۳) -۱۱ (۴) -۱۰

۶۶۵- اگر تابع $f(x) = \frac{ax}{|x|} + \sqrt{4-x^2}$ وارون پذیر باشد، حداقل مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۶۶۶- به ازای یک مقدار a، تابع $f(x) = \frac{|x-a^2|}{x-a^2} (x^2 - 2x - 3a)$ وارون پذیر است. مقدار $f(2)$ کدام است؟

(آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۳ (۴) -۳

۶۶۷- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4}$ برای $x > 0$ تعریف شده و $\frac{1}{a}f^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{b}{x}\right)$ برقرار باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۸ (۴) -۴

۶۶۸- هرگاه $f(x) = 1 - a\sqrt{x-2}$ به طوری که برد تابع $g(x) = 8x^3 + f^{-1}(x)$ بازه $[k, +\infty)$ باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۶۶۹- اگر $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$ ، خط $y = x+1$ نمودار وارون $y = f \circ f^{-1}(\frac{1}{x})$ را در نقطه‌ای به طول α و β قطع می‌کند. $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- ۴ (۱) $\frac{13}{3}$ (۲) $-\frac{13}{3}$ (۳) $-\frac{7}{4}$ (۴)

۶۷۰- اگر f خطی و $f \circ f^{-1}(\frac{1}{x}) = \frac{4}{x} - 9$ باشد، مجموع مقادیر ممکن $f^{-1}(6)$ کدام است؟

- ۱/۵ (۱) ۲/۵ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

۶۷۱- اگر $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، $x \in (0, 1)$ ، آن‌گاه $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + a\sqrt{x^2 - 4}$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱/۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴)

۶۷۲- قرینه نمودار تابع با ضابطه $y = \sqrt{x + \sqrt{2x-1}}$ را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم رسم کرده و سپس نمودار حاصل را دو واحد در جهت مثبت محور

x ها و ۳ واحد در جهت منفی آنها انتقال می‌دهیم و در نهایت عرض نقاط را ۳ برابر می‌کنیم و آن را $g(x)$ می‌نامیم. $g(2 + 3\sqrt{2})$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۶۶ (۲) ۳۰ (۳) ۲۵ (۴)

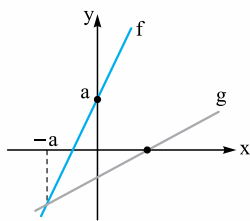
۶۷۳- نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در

نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با محور x ها

کدام است؟ (ریاضی ۱۴۰۰)

- ۴ (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۶۷۴- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. اگر تابع $y = f \circ g(x)$ همانی و $g \circ f(a) = 4$ باشد، حاصل $(f + 2g)^{-1}(a)$ کدام است؟



- ۴ (۱) $\frac{4}{3}$

- ۴ (۲) $\frac{4}{5}$

- ۳ (۳) $\frac{3}{4}$

- ۵ (۴) $\frac{5}{4}$

۶۷۵- تابع غیر ثابت $f(x) = ax + a$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $f \times f^{-1}$ همواره بالای نمودار $f \circ f^{-1}$ باشد، مجموع مقادیر صحیح ممکن برای $f(1)$ کدام است؟

- ۲۸ (۱) -۱۲ (۲) -۲۴ (۳) -۱۴ (۴)

۶۷۶- به ازای چند مقدار صحیح x ، نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2-3}{x}$ ، پایین‌تر از نمودار وارون تابع $g(x) = 2 - \sqrt{x+3}$ نیست؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) بی‌شمار (۳) ۶ (۴)

۶۷۷- اگر $f(x) = 2x + 1 + |x-2|$ ، آن‌گاه ضابطه f^{-1} به صورت $f^{-1}(x) = ax + b + c|x-5|$ است. abc کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- ۴ (۱) $\frac{4}{27}$ (۲) $\frac{8}{27}$ (۳) $-\frac{4}{27}$ (۴) $-\frac{8}{27}$

۶۷۸- هرگاه $f(x) = 4x - |x|$ ، مقدار ab کدام باشد تا $f^{-1}(x) = af(bx)$ برقرار شود؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۶۷۹- در بازه‌ای که تابع $f(x) = x^2 + |x-2| + 2$ اکیداً صعودی است، وارون f را g می‌نامیم. حاصل ضرب عرض‌های نقاط برخورد تابع g با خط $x - 2y = 2$

کدام است؟ (آزمون‌های آزمایشی خیلی سبز)

- ۲ (۱) ۶ (۲) -۲ (۳) ۳۶ (۴)

۶۸۰- نمودار تابع $f(x) = x\sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه وارون خود را قطع می‌کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۸۱- تعداد جواب‌های معادله $-x^3 + 3x^2 - 3x = -1 - \sqrt[3]{x-1}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

۶۸۲- اگر $f(x) = g(4x-6)$ باشد، خط $y = \frac{x+1}{4}$ نمودار تابع $y = f^{-1} \circ g(x)$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴)

۶۸۳- تابع وارون‌پذیر f مفروض است. با اعمال کدام تبدیل‌ها بر روی تابع $y = f^{-1}(2+x)$ ، نمودار وارون تابع $y = f(2x)$ به دست می‌آید؟

- (۱) انبساط افقی و انتقال عمودی به بالا (۲) انقباض افقی و انتقال عمودی به پایین (۳) انقباض عمودی و انتقال افقی به چپ (۴) انقباض عمودی و انتقال افقی به راست